El Poder de Veto de la Gran Coalición

Carlos Hervés-Beloso
RGEA. Facultad de Económicas. Universidad de Vigo.
e-mail: cherves@uvigo.es

Emma Moreno-García
Facultad de Economía y Empresa. Universidad de Salamanca.
e-mail: emmam@usal.es

* Los autores agradecen los comentarios y sugerencias del Prof. Diego Moreno y de dos evaluadores anónimos que contribuyeron a mejorar la redacción de este artículo. También agradecen la financiación de los proyectos de investigación BEC2000-1388-C04-01 (Ministerio de Ciencia y Tecnología y FEDER) y SA091/02 (Junta de Castilla y León).

Corresponding author: Emma Moreno-García. Facultad de Economía y Empresa. Universidad de Salamanca. Campus Miguel de Unamuno. 37007 Salamanca. Phone: +34-923-294640 (Ext. 3195) Fax:+34-923-294686. e-mail: emmam@usal.es

Resumen. En este artículo caracterizamos las asignaciones de equilibrio walrasiano de una economía de intercambio con un número finito consumidores mediante el poder de veto de una única coalición, la coalición formada por todos los agentes. Al contrario que en Debreu y Scarf (1963), donde se aumenta infinitamente el número de coaliciones, en nuestra primera caracterización potenciamos el poder de veto la "gran coalición" modificando los recursos iniciales y obtenemos como consecuencia los dos Teoremas del Bienestar. La segunda caracterización pone de relieve el poder de la "Gran Coalición" en el sentido del veto de Aubin (1979).

Palabras Clave: Equilibrio walrasiano, “gran coalición”, veto, veto de Aubin, núcleo, núcleo de Aubin, asignaciones dominadas, economías con infinitas mercancías

JEL Classification: D51, D82, D11.

The Veto Power of the Grand Coalition

Abstract. In this paper, we provide characterizations of walrasian equilibrium allocations for pure exchange economies with a finite number of agents in terms of the veto power of only one coalition formed by all the agents in the economy. Instead of enlarging the number of coalitions, as in Debreu and Scarf (1963), in our first characterization the veto power of the "grand coalition" is enforced by perturbing the initial endowments. From there, we obtain, as immediate consequences, the First and Second Welfare Theorems. The second characterization highlights the power of the "grand coalition" using the veto system in the sense of Aubin (1979).

1 Introducción

Las asignaciones de equilibrio walrasiano tienen la propiedad de no estar vetadas por ninguna coalición de agentes. Por tanto, el núcleo de la economía, que está formado por las asignaciones factibles que no están vetadas por ninguna coalición de agentes, contiene como subconjunto a los estados de equilibrio.

Ampliando el número de coaliciones, se aumentan las posibilidades de veto y, en consecuencia, se reduce el conjunto de asignaciones que no están vetadas. Debreu y Scarf (1963) aumentan el número de coaliciones replicando infinitamente la economía. Identificando las asignaciones del núcleo de cada réplica con asignaciones de la economía inicial, prueban que el conjunto de asignaciones no vetadas en ninguna réplica converge al equilibrio. Por otra parte, Aubin (1979) formuló un planteamiento esencialmente similar, aunque formalmente distinto, al de Debreu-Scarf. Considerando que los agentes de la economía pueden participar en las coaliciones con cualquier porción de sus recursos, se aumenta infinitamente el número de coaliciones que pueden vetar un reparto. Este mecanismo de veto ponderado, propuesto por Aubin, se conoce en la literatura con el término, equívoco y poco afortunado, de veto *fuzzy*. Aubin demostró que las asignaciones del núcleo derivado de este mecanismo de veto, que aquí llamaremos núcleo de Aubin, coinciden con las asignaciones de equilibrio walrasiano.

Tanto en un planteamiento como en otro, al incrementar infinitamente las coaliciones que pueden bloquear, se aumentan las posibilidad de veto para conseguir que los únicos repartos no bloqueados por ninguna de las coaliciones consideradas sean, precisamente, aquellos que pueden ser descentralizados por un sistema de precios, es decir, las asignaciones de equilibrio walrasiano.

En este artículo, en lugar de aumentar las coaliciones, consideramos sólo una coalición, la formada por todos los agentes, y probamos que, potenciando el poder de veto de esta "gran coalición", también se consigue caracterizar el equilibrio walrasiano. Para ello consideramos dos escenarios diferentes. En el primero, se aumenta la capacidad de vetar una asignación considerando, además de los repartos factibles en la economía inicial, otros repartos que son factibles en economías que difieren ligeramente de aquélla en las dotaciones iniciales. En el segundo escenario consideramos el veto de Aubin y ponemos de manifiesto que la "gran coalición", veta cualquier reparto no walrasiano con participaciones de todos y cada uno de los agentes tan próximas a la participación total como se quiera.

El modelo en el que establecemos nuestros resultados es el de una economía de intercambio puro con un número finito de agentes e infinitas mercancías. De este modo, además del modelo clásico Arrow-Debreu, contemplamos el caso de economías que se desarrollan con un horizonte temporal infinito, lo que exige que el espacio de mercancías sea infinito-dimensional. El lector poco habituado al manejo de los espacios de mercancías de dimensión infinita, puede situarse, en una primera lectura, en el escenario de economías Arrow-Debreu considerando como espacio de mercancías el espacio euclídeo ℓ-dimensional. En este caso, se puede prescindir de los párrafos que hacen referencia al espacio de mercancías y a su topología, sustituir la referencia al teorema de equivalencia de Bewley (1973) por Aumann (1964) y obviar lo relativo al Teorema 3.2 que habría de ser sustituido por el resultado de Vind (Econometrica, 1972).

Como es sabido, la existencia de equilibrio en el marco infinito dimensional no siempre está garantizada. De hecho, Mas-Colell (1986) pone de manifiesto la necesidad de una propiedad adicional en las preferencias para obtener la existencia de equilibrio. Aún así, sabemos que, en general, en economías con infinitas mercancías una caracterización del equilibrio walrasiano mediante el núcleo no siempre es posible. Ciertamente, la extensión al caso infinito dimensional del resultado de Debreu-Scarf requiere también hipótesis adicionales sobre las preferencias y sobre los recursos iniciales que inciden en la "espesura" del mercado (véase Anderson-Zame (1997, 1998)). Estas observaciones, que limitan la posibilidad de resultados generales, nos llevan a considerar como espacio de mercancías el espacio ℓ^∞ de las sucesiones acotadas, que representa de forma adecuada la extensión del modelo Arrow-Debreu a un horizonte temporal infinito y que, por tener puntos interiores en su cono positivo, no hace necesaria la condición de "properness" en las preferencias introducida por Mas-Colell (1986).

Nuestro primer resultado fundamental es una caracterización de las asignaciones de equilibrio walrasiano mediante la cooperación de todos y cada uno de los agentes de la economía que forman la que llamamos "gran coalición". Esta caracterización, que es independiente de los precios, está en la línea de los resultados de equivalencia clásicos de Debreu y Scarf (1963) y Aubin (1979), quienes caracterizan a las asignaciones de equilibrio walrasiano mediante el poder de veto de los agentes que participan en las distintas coaliciones y, por lo tanto, son también caracterizaciones independientes de los precios. En los citados resultados de equivalencia se consigue bloquear cualquier asignación no walrasiana aumentando infinitamente el número de coaliciones, mediante réplicas en el caso de Debreu y Scarf, o mediante la participación parcial de los agentes en las coaliciones, en el caso de Aubin. Por el contrario, en este artículo se considera exclusivamente una única coalición, la “gran coalición”, cuyo poder de veto se potencia, en esta primera caracterización, aumentando las posibles redistribuciones de los recursos iniciales de una forma precisa. Concretamente, demostramos, en el Teorema 4.1, que en una economía de intercambio con un número finito de agentes, un reparto x es una asignación de equilibrio walrasiano sólo y cuando x no está vetada por la “gran coalición” en ninguna de las economías que se obtienen de la inicial modificando ligeramente los recursos de los agentes en la dirección del vector x.

Este primer resultado de equivalencia es la adaptación a nuestro modelo de una caracterización obtenida en Hervés-Beloso et al.(2003) para economías con información diferenciada que se desarrollan en un espacio de mercancías de dimensión finita. Para obtener el resultado, en primer lugar, transformamos nuestra economía inicial de n agentes en una economía continua con n tipos de agentes y utilizamos la equivalencia Core-Walras (Bewley (1973)) que caracteriza a las asignaciones walrasianas mediante el núcleo. A continuación hemos de aplicar a la economía continua auxiliar un resultado análogo al de Vind (1972) que determina que, en economías continuas (o economías sin átomos) con un número finito de mercancías, las asignaciones walrasianas son precisamente aquellas que no están vetadas por las coaliciones de cualquier medida prefijada. La generalización del resultado de Vind para nuestra economía auxiliar, que establecemos en el Teorema 3.2, nos permite encontrar una coalición en dicha economía que determinará la combinación precisa de recursos mediante la cual la “gran coalición” veta una asignación no walrasiana. En contrapartida a lo exigente de la prueba, el Teorema 4.1 proporciona una nueva caracterización de las asignaciones de equilibrio radicalmente distinta de las de Debreu-Scarf y Aubin que, además, permite obtener como corolarios el primer y el segundo Teoremas del Bienestar.

El segundo resultado fundamental se refiere al veto de Aubin. En este mecanismo de veto cada agente puede participar en una coalición con una determinada parte de sus recursos. La parte de sus recursos con la que participa se determina mediante un coeficiente (peso, ponderación) α no negativo y menor o igual que uno. Cuanto más próxima a uno sea la ponderación α, más se involucra el agente en la coalición. Si consideráramos (como en la definición original de Aubin) la posibilidad de ponderaciones nulas, la coalición de todos los agentes contiene implícitamente a todas y cada una de las coaliciones. Así de este modo, considerar el veto de la “gran coalición” sería equivalente a considerar el veto de todas las coaliciones. Por esta razón, y para poner de relieve el poder de veto de la “gran coalición”, modificamos la definición original de Aubin estableciendo otra equivalente en la que no se permite la ponderación nula. El resultado de Aubin (1979) establece que si una asignación no es walrasiana está vetada (en el sentido de Aubin) por una coalición S. Asignando ponderaciones arbitrariamente pequeñas a los agentes que no están en S, la intuición, basada en el citado resultado, sugiere que podría obtenerse un resultado asintótico que pusiera de manifiesto que la “gran coalición” veta cualquier asignación no walrasiana con participaciones arbitrariamente pequeñas de algunos agentes. Este tipo de argumento significaría que en el límite es la coalición S la que veta y no la “gran coalición”. Por el contrario, nuestro segundo resultado de equivalencia, establecido en el Teorema 5.1 (véase también el Corolario 5.1, apartado 5), demuestra que la “gran coalición” veta las asignaciones no walrasianas con ponderaciones de cada uno de los individuos tan próximas a la participación total como se quiera. En la demostración se utiliza la economía continua auxiliar a la que se aplica el Teorema 3.2 para obtener una coalición de tamaño suficiente para garantizar la participación de todos los agentes de la economía finita en la coalición que veta a la asignación no walrasiana.

Como hemos dicho, el referido Teorema 3.2 es utilizado como herramienta en la demostración de nuestras dos caracterizaciones del equilibrio walrasiano pero, además tiene, sin duda, interés por si mismo. En efecto, proporciona una caracterización de las asignaciones del núcleo de una economía continua como aquellas que no pueden ser vetadas por las coaliciones de un tamaño preestablecido. En el caso de economías continuas con un número finito de mercancías, los celebrados resultados de Schmeidler, Grodal y Vind, publicados en páginas consecutivas del mismo número de Econometrica (1972), ponen de manifiesto que las asignaciones del núcleo se caracterizan, respectivamente, por no estar vetadas por coaliciones de medida pequeña (Schmeidler), por coaliciones de medida pequeña y tamaño (que se mide por el diámetro de los grupos que conforman la coalición) pequeño (Grodal) o por las coaliciones de medida grande (Vind). Estos resultados, que dieron mayor profundidad a la equivalencia Core-Walras (Aumann (1964)), fueron interpretados como caracterizaciones de la competencia perfecta al poner de manifiesto que en las economías de Aumann las asignaciones no competitivas podían ser vetadas por una clase restringida de coaliciones. En presencia de un numero infinito de mercancías este tipo de resultados es, incluso, más interesante ya que la infinitud en las mercancías potencia la mayor diversidad entre los agentes y, en consecuencia, vetar puede llegar a ser más difícil. Pero el problema es que la extensión de estas caracterizaciones a un escenario sin horizonte temporal no es inmediata pues estos tres resultados están basados en el teorema de convexificación de Lyapunov que falla de forma dramática en espacios de dimensión infinita. En Hervés-Beloso et al. (2000) se extendió el resultado de Grodal (1972) (y, por tanto, el de Schmeidler (1972)) al espacio de mercancías ℓ^∞ y aquí, en el Teorema 3.2 aportamos una extensión del resultado de Vind (1972) a nuestra economía continua auxiliar. Por otra parte, los resultados de Schmeidler y Grodal también se han interpretado, ilustrando la competencia perfecta, relacionando el tamaño de las coaliciones con los costes derivados de la formación de las mismas. A menor medida y/o tamaño, menores costes de formación de la coalición. En competencia perfecta, las coaliciones de coste tan pequeño como se quiera son suficientes para vetar a las asignaciones no competitivas. En esta línea, el resultado de Vind puede interpretarse simétricamente. Costes pequeños se pueden interpretar como que el conjunto de todos los agentes recibe poca información pues ésta es costosa. En competencia perfecta esta poca información habrá de ser suficiente para que algunos de los individuos decidan desviarse del comportamiento general dejando de formar parte de la gran coalición y permitiendo así nuevas posibilidades de veto, que serán suficientes para eliminar las asignaciones no competitivas.

El resto del artículo se organiza como sigue. En la Sección 2, se plantea el modelo y se discuten las hipótesis. En la Sección 3, se asocia a la economía inicial de n agentes una economía auxiliar que es una economía continua con n tipos de agentes. Se relacionan los estados walrasianos de ambas economías y se generaliza el resultado de Vind a la economía continua auxiliar con infinitas mercancías (Teorema 3.2). En la Sección 4, se establece una primera caracterización de las asignaciones de equilibrio walrasiano, utilizando los resultados obtenidos en la Sección 3. De esta caracterización, recogida en el Teorema 4.1, se obtienen como consecuencia casi inmediata los Teoremas del Bienestar. En la Sección 5, mediante el veto de Aubin, se consigue una segunda caracterización del equilibrio que establecemos en el Teorema 5.1. Un corolario final sintetiza los resultados de equivalencia obtenidos en las últimas secciones.

2 El Modelo

Consideramos una economía de intercambio puro con n individuos. El espacio de las sucesiones acotadas de números reales, que se denota por ℓ^∞, representa el espacio de las mercancías. El conjunto de consumo, común para todos los agentes, es el cono positivo del espacio de mercancías, ℓ^∞_+. Cada consumidor $i \in \{1, \dots, n\}$ está caracterizado por su relación de preferencias $\succeq_i$ (un subconjunto de $\ell^\infty_+ \times \ell^\infty_+$) y su dotación inicial de mercancías $\omega_i = (\omega_{ij})_{j=1}^\infty \in \ell^\infty_+$. La economía está, por tanto, definida como

$$\mathcal{E} = \left(\ell^\infty_+, \omega_i, \succeq_i, i = 1, \dots, n\right).$$

El considerar el espacio ℓ^∞ de las sucesiones acotadas como espacio de mercancías extiende el modelo Arrow-Debreu y proporciona un marco para analizar situaciones en las que existen bienes duraderos, presentes en la naturaleza en cantidades acotadas (petróleo, por ejemplo), que se consumen en períodos sucesivos sin que esté fijado un horizonte temporal.

Dado un vector $v = (v_1, \dots, v_\ell, v_{\ell+1}, \dots, v_{2\ell}, \dots, ...) \in \ell^\infty$, si el modelo representa una economía en la que hay un sólo bien que se consume en distintos períodos de tiempo, la coordenada v_j señala la cantidad consumida en el período j. Con más generalidad, si en la economía hay $\ell > 1$ bienes disponibles en los distintos períodos, $v_1, \dots, v_\ell$ representan los consumos de los diferentes bienes en el primer período, $v_{\ell+1}, \dots, v_{2\ell}$ en el segundo período, etc.

Un sistema de precios es una sucesión $p = (p_1, \dots, p_{\ell+1}, \dots, p_{2\ell}, \dots, ...) \geq 0$ en donde si $k\ell < i \leq (k+1)\ell$, p_i representa el precio de la correspondiente mercancía en el período $k+1$. Si p es un elemento del espacio ℓ_1 de las sucesiones absolutamente sumables, la expresión $p \cdot v = \sum\limits_{j=1}^{\infty} p_j v_j$ tiene valor finito y se interpreta como el valor del plan de consumo v cuando p es el sistema de precios vigente.

Una asignación $x = (x_1, \dots, x_n)$ es un elemento de $(\ell^\infty_+)^n$. La asignación x es factible si $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \leq \sum\limits_{i=1}^{n} \omega_i$.

Un equilibrio walrasiano para la economía $\mathcal{E}$ es un par $(x, p) \in (\ell^\infty_+)^n \times \ell_1$, donde $x = (x_1, \dots, x_n)$ es una asignación factible y $p \neq 0$, $p \in \ell_1$ es un sistema de precios tal que, para cada consumidor i, la cesta de consumo x_i maximiza su preferencia $\succeq_i$ en la restricción presupuestaria $B_i(p) = \{y \in \ell^\infty_+$ tal que $p \cdot y \leq$

$p \cdot \omega_i\}$.

Una asignación x está vetada o bloqueada por una coalición S si existe $y_i, i \in S$, tal que $\sum_{i \in S} y_i \leq \sum_{i \in S} \omega_i$ y además $y_i \succ_i x_i$ para cada miembro i en la coalición S. Es decir, una coalición veta una asignación si es posible redistribuir los propios recursos de dicha coalición de manera que todos los individuos que la constituyen mejoren.

Obsérvese que en la definición hemos exigido que todos los agentes de la coalición mejoren. Alternativamente podríamos definir un concepto de veto más débil en el que una asignación está vetada por una coalición si existe un reparto factible para la coalición en el que ningún agente de la coalición empeore y, por lo menos, uno mejore. Evidentemente, es más fácil vetar con esta definición alternativa, por lo que, en general, habrá más asignaciones vetadas. En consecuencia, el conjunto de asignaciones no vetadas en este sentido está contenido en el de nuestra definición. Puesto que nuestro objetivo fundamental son resultados de equivalencia que establecerán que si una asignación no está vetada (véanse los Teoremas 4.1 y 5.1) es una asignación de equilibrio, la definición de veto arriba establecida es la que proporcionará resultados más fuertes y es por ello la indicada en este contexto. De hecho, en todos los trabajos citados en este artículo en los que se presentan resultados de equivalencia, se utiliza la misma definición de veto que la que usamos aquí.

El núcleo de una economía es el conjunto de asignaciones factibles que no están vetadas o bloqueadas por ninguna coalición de agentes. Denotemos por $\mathcal{N}(\mathcal{E})$ el núcleo de la economía $\mathcal{E}$.

Establecemos las siguientes hipótesis sobre las preferencias y los recursos iniciales a las que haremos referencia explícita a lo largo del trabajo:

(A.1) Para cada consumidor i, la relación de preferencias $\succeq_i$ es Mackey continua.

(A.2) Las preferencias son monótonas, es decir, para cada individuo i, si $x, z \in \ell^\infty_+$ y $z \gg 0$, entonces $x + z \succ_i x$.

(A.3) Las preferencias de cada agente i son convexas, es decir, $x \succ_i z$ e $y \succeq z$ implica que $\lambda x + (1 - \lambda) y \succ_i z$ para todo $\lambda \in (0, 1)$.

(A.4) Para cada i existe $a > 0$ tal que $\omega_{ij} \geq a$ para todo j.

La hipótesis (A.1) exige la continuidad respecto a la topología de Mackey que es una topología más débil que la de la norma en ℓ^∞. Como consecuencia de (A.1) se permiten menos preferencias continuas que si la continuidad fuera respecto a la topología usual. Por contra, (A.1) garantiza que los precios sean elementos de ℓ_1 que es el dual del espacio ℓ^∞ con la topología de Mackey (no lo es con la topología de la norma). En las hipótesis establecidas, Bewley (1972) probó la existencia de equilibrio con precios en ℓ_1. Posteriormente, Araujo (1985) estudió el problema de existencia de equilibrio y asignaciones óptimas de Pareto en economías con ℓ^∞ como espacio de mercancías y mostró que si la hipótesis (A.1) se debilita, entonces la existencia de equilibrio no puede ser garantizada.

La condición de continuidad de Mackey sobre las preferencias puede interpretarse en términos de cierta impaciencia de los individuos por el consumo. En efecto, dada una cesta de consumo $z \in \ell^\infty_+$, denotemos por $z^{(m)}$ la cesta definida por la m-ésima cola de la sucesión z, esto es, $z_j^{(m)} = 0,\ 1 \leq j \leq m$, y $z_j^{(m)} = z_j$ para $j > m$. Brown y Lewis (1981) pusieron de manifiesto que si un consumidor tiene unas preferencias Mackey continuas, entonces presenta un comportamiento de impaciencia en el siguiente sentido: Si x es preferido a y, entonces x también es preferido a $y + z^{(m)}$ para cualquier m suficientemente grande, es decir, Mackey semicontinuidad superior de las preferencias conduce a una miopía que implica que consumos adicionales correspondientes a coordenadas suficientemente grandes (consumos muy alejados en el tiempo) sean poco valorados. Por otro lado, Mackey semicontinuidad inferior de las preferencias conlleva otro tipo de miopía que puede expresarse como sigue: si x es preferido a y, entonces si $x - z^{(m)}$ pertenece a ℓ^∞_+, se tiene que $x - z^{(m)}$ es también preferido a y para cualquier m suficientemente grande. Es decir, pérdidas en consumos suficientemente lejanos son despreciables.

Además ℓ^∞, con la topología de Mackey, es separable pero no lo es con la topología de la norma. En el marco de los espacios normados y, con más generalidad, de los espacios métricos, la separabilidad es condición necesaria y suficiente para que las preferencias continuas sean representables por funciones de utilidad (véase Estévez-Toranzo y Hervés-Beloso (1995)). Por tanto, el supuesto (A.1) garantiza que las relaciones de preferencias puedan representarse por funciones de utilidad Mackey continuas. Denotaremos por $U_i : \ell^\infty_+ \to \mathbb{R}$ una función de utilidad que representa la relación de preferencias $\succeq_i$ del individuo i.

Por otra parte, Aumann (1964, 1966), para representar la idea asintótica de economías con muchos agentes, introdujo las economías continuas, también llamadas economías sin átomos. Bajo supuestos muy generales, Aumann (1964) probó la equivalencia entre el núcleo y las asignaciones de equilibrio así como la existencia de tales asignaciones (1966) cuando el espacio de mercancías es el espacio euclídeo n-dimensional. Posteriormente, Bewley (1973) probó que el teorema de Aumann (1964) sobre la equivalencia del núcleo y equilibrio en mercados sin átomos puede extenderse también a economías cuyo espacio de mercancías es ℓ^∞, suponiendo continuidad de Mackey en las preferencias. Más aún, resultados establecidos en el espacio euclídeo sobre el poder de veto de las coaliciones pequeñas (véase Schmeidler (1972) and Grodal (1972)) en economías continuas o economías sin átomos, se extienden también a economías continuas con ℓ^∞ como espacio de mercancías cuando se consideran preferencias continuas respecto a la topología de Mackey (véase Hervés-Beloso et al. (2000)).

Por tanto, resultados de existencia del equilibrio walrasiano, equivalencia del núcleo y equilibrio y la eficiencia en el poder de veto de coaliciones pequeñas, para economías cuyo espacio de mercancías es ℓ^∞, tienden a ser ciertos sólo en situaciones donde los consumidores "descuentan" el futuro en el sentido de que ganancias o pérdidas en un futuro suficientemente lejano son despreciables.

Las hipótesis (A.2) y (A.3) relativas a la monotonía y a la convexidad de las preferencias se utilizan en las pruebas de nuestros resultados y haremos referencia explícita a ellas. La hipótesis (A.2) establece una condición de monotonía muy débil; si se aumenta la cantidad en todas las mercancías se incrementa la utilidad. Esta hipótesis se necesita, por ejemplo, en la Sección 3 en la que se extiende al espacio de mercancías ℓ^∞ el resultado de Vind (1972), establecido para economías con un número finito de mercancías. Vind realmente utilizó una hipótesis de monotonía mucho más fuerte; si se aumenta la cantidad de una sóla de las mercancías se aumenta la utilidad. En nuestro caso, y puesto que nuestra hipótesis sobre los recursos iniciales (A.4) es más exigente, podemos usar una hipótesis de monotonía más débil. La hipótesis (A.4) significa que los recursos iniciales son puntos interiores del cono positivo del espacio de las mercancías. Si $p \in \ell_1$ es un sistema de precios, el supuesto de interioridad de los recursos implica que $p \cdot \omega_i > 0$, esto es, el valor de las dotaciones iniciales a precios p es estrictamente positivo para todo individuo $i = 1 \ldots, n$. El supuesto podría ser debilitado sustituyéndolo por una condición de irreductibilidad que garantizaría la existencia de equilibrio, pero no ganaríamos más que la complicación respecto a los resultados que obtenemos en el artículo. Además, nuestra hipótesis es la misma que utilizó, por ejemplo, Araujo (1985) en el ya citado trabajo relativo al espacio de mercancías ℓ^∞.

En la siguiente sección recurriremos a las economías continuas introducidas por Aumann (1964, 1966). Nuestro objetivo es utilizar esta poderosa herramienta para obtener resultados en la economía de n agentes de nuestro modelo.

3 La Economía Continua Asociada y el Resultado de Vind

Dada la economía del modelo $\mathcal{E} = \left(\ell^\infty_+, \omega_i, \succeq_i, i = 1, \ldots, n\right)$ y siguiendo a García-Cutrín y Hervés-Beloso (1993), definimos la economía continua asociada $\mathcal{E}_c$ con n tipos de agentes distintos, en la que el espacio de mercancías es ℓ^∞_+. En esta economía continua el conjunto de agentes se representa por el intervalo real $I = [0, 1]$. A los efectos que procedan consideraremos en I la medida de Lebesgue μ. Denotamos $I = [0, 1] = \bigcup_{i=1}^n I_i$, donde $I_i = \left[\frac{i-1}{n}, \frac{i}{n}\right)$, si $i \neq n$, e $I_n = \left[\frac{n-1}{n}, 1\right]$. El conjunto de consumo de cada agente es el cono positivo ℓ^∞_+. Cada consumidor $t \in I_i$ se caracteriza por la misma dotación inicial $\omega(t) = \omega_i \in \ell^\infty_+$ y la misma relación de preferencias $\succeq_t = \succeq_i$, que (supuesto (A.1)) viene representada por la misma función de utilidad $U_t = U_i$. De este modo, todos los individuos pertenecientes al subintervalo I_i son idénticos y nos referiremos a I_i como el conjunto de agentes de tipo i en la economía sin átomos. Por tanto, la economía continua asociada viene definida por $\mathcal{E}_c = \left(\ell^\infty_+, I = \bigcup_{i=1}^n I_i,\ \omega_i, \succeq_i, i = 1, \ldots, n\right)$.

Una asignación en la economía continua $\mathcal{E}_c$ es una función Bochner integrable $f : I \to \ell^\infty_+$ (véase Diestel y Uhl (1977) para la definición de la integral de Bochner como extensión a los espacios de Banach de la integral de Lebesgue). Una asignación f es factible si $\int_I f(t) d\mu(t) \leq \int_I \omega(t) d\mu(t)$.

Una coalición de agentes es un subconjunto $S \subset I$, con $\mu(S) > 0$. Una coalición S veta una asignación f en la economía $\mathcal{E}_c$ si existe $g : S \to \ell^\infty_+$ tal que $\int_S g(t) d\mu(t) \leq \int_S \omega(t) d\mu(t)$ y además $g(t) \succ_t f(t)$ para casi todo individuo $t \in S$. El conjunto de asignaciones factibles que no están vetadas por ninguna coalición de agentes constituye el núcleo de la economía $\mathcal{E}_c$.

Un equilibrio walrasiano en la economía continua $\mathcal{E}_c$ es un par (f, p) donde f es una asignación factible y $p \neq 0,\ p \in \ell_1$ es un sistema de precios tal que, para cada consumidor $t \in I$, la cesta de consumo $f(t)$ maximiza sus preferencias $\succeq_t$ en la restricción presupuestaria $B_t(p) = \{y \in \ell^\infty_+ \text{ tal que } p \cdot y \leq p \cdot \omega(t)\}$.

Una asignación f en la economía asociada $\mathcal{E}_c$ puede interpretarse como una asignación $x = (x_1, \ldots, x_n)$ en la economía de partida $\mathcal{E}$, donde para cada individuo i se define $x_i = \frac{1}{\mu(I_i)} \int_{I_i} f(t) d\mu(t)$. Recíprocamente, una asignación x en $\mathcal{E}$ puede interpretarse como una asignación f en $\mathcal{E}_c$, donde f es la función escalonada definida por $f(t) = x_i$, si $t \in I_i$.

El siguiente resultado pone de manifiesto que, por lo que respecta al equilibrio, la economía de partida $\mathcal{E}$ con n individuos puede considerarse equivalente a la economía continua asociada $\mathcal{E}_c$ con n tipos de agentes.

Teorema 3.1 *Supongamos que la economía $\mathcal{E}$ verifica los supuestos (A.1) y (A.3).*

Si (x, p) es un equilibrio walrasiano para la economía $\mathcal{E}$, entonces (f, p) es un equilibrio para la economía continua asociada $\mathcal{E}_c$, donde $f(t) = x_i$ si $t \in I_i$.

Recíprocamente, si (f, p) es un equilibrio para la economía sin átomos $\mathcal{E}_c$, entonces $(x = (x_1, \ldots, x_n), p)$ es un equilibrio para $\mathcal{E}$, donde $x_i = \frac{1}{\mu(I_i)} \int_{I_i} f(t) d\mu(t)$.

Demostración. Para la prueba de este resultado véase la primera parte del Teorema 1 en García-Cutrín y Hervés-Beloso (1993).

Completando los resultados anteriormente referidos de Grodal (1972) y Schmeidler (1972), Vind (1972) probó, para economías sin átomos en las que el espacio de mercancías es el espacio euclídeo $\mathbb{R}^\ell$, que para obtener el núcleo es suficiente considerar el poder de veto de coaliciones de cualquier medida prefijada. En particular, el resultado de Vind establece que el poder de veto de coaliciones arbitrariamente grandes elimina cualquier asignación que no esté en el núcleo o, alternativamente, que no sea de equilibrio walrasiano. Los resultados de Schmeidler y Grodal se han interpretado relacionando el tamaño, y el diámetro, de las coaliciones con los costes derivados de la formación de las mismas. A menor tamaño, menores costes de formación de la coalición. El resultado de Vind puede interpretarse simétricamente. Costes pequeños se pueden interpretar como que el conjunto de todos los agentes recibe poca información pues ésta es costosa. Algunos de los individuos, para los cuales la información recibida es suficiente para desviarse del comportamiento general, pueden dejar de formar parte de la gran coalición permitiendo más posibilidades de veto. Por otra parte, en un escenario infinito dimensional este tipo de resultados es, incluso, más interesante ya que potencialmente es mayor la diversidad y, en consecuencia, vetar puede llegar a ser más difícil. A continuación establecemos una extensión del resultado de Vind (1972) a economías continuas con infinitas mercancías y con un número finito de tipos de agentes. Para ello, necesitamos alguna notación adicional. Dado cualquier elemento $x = (x_h)_{h=1}^{\infty} \in \ell_+^{\infty}$ y $n \in \mathbb{N}$, denotamos por x^n al elemento de ℓ_+^{∞} definido por $x_h^n = x_h$ if $1 \leq h \leq n$ y $x_h^n = 0$ if $h > n$. Dado un conjunto $J \subset I = [0, 1]$, denotamos por J_i el conjunto de agentes de tipo i pertenecientes a J, esto es, $J_i = J \bigcap I_i$.

Teorema 3.2 *Consideremos la economía $\mathcal{E}$ bajo los supuestos (A.1)-(A.4) y la economía continua asociada $\mathcal{E}_c$. Sea f una función escalonada definida por $f(t) = f_i$ si $t \in I_i$. Supongamos que f es una asignación factible en la economía sin átomos $\mathcal{E}_c$ y que no pertenece al núcleo de $\mathcal{E}_c$. Entonces, para cualquier ε, con* $0 < \varepsilon < 1$, *existe una coalición S, con medida de Lebesgue $\mu(S) = \varepsilon$, que bloquea la asignación f.*

Demostración. Sea $f \notin \mathcal{N}(\mathcal{E}_c)$. Entonces, existe una coalición $A \subset I$ y una asignación $\widetilde{g}$ tal que $\int_A \widetilde{g}(t)d\mu(t) \leq \int_A \omega(t)d\mu(t)$ y $U_t(\widetilde{g}(t)) > U_t(f(t))$ para cada individuo $t \in A$. Se trata de probar que f también está vetada por una coalición S de medida de Lebesgue prefijada $\varepsilon > 0$. Si $\varepsilon < \mu(A)$, basta aplicar el Teorema 1 en Hervés-Beloso et al. (2000). Supongamos pues que $\varepsilon > \mu(A)$.

Sea $g_i = \dfrac{1}{\mu(A_i)} \displaystyle\int_{A_i} \widetilde{g}(t)d\mu(t)$. Consideremos la asignación g dada por $g(t) = g_i$ si $t \in A_i = A \bigcap I_i$. Nótese que $\int_A g(t)d\mu(t) = \int_A \widetilde{g}(t)d\mu(t) \leq \int_A \omega(t)d\mu(t)$. Además, por convexidad de las preferencias, $U_i(g(t)) > U_i(f_i)$ para cada $t \in A_i$ (aquí se utiliza la hipótesis de convexidad (A.3); véase el Lema que se prueba en el trabajo de García-Cutrín y Hervés-Beloso (1993)). Por tanto, la coalición A veta la asignación f vía la asignación g que es constante en tipos. Nótese que además, en virtud de la continuidad de las preferencias y por la hipótesis (A.4), puede elegirse g tal que $\int_A (\omega(t) - g(t))d\mu(t) = z \gg 0$.

Como g_i^n converge a g_i con la topología de Mackey, por la Mackey continuidad de las preferencias, existe n_0 tal que para todo $n \geq n_0$ se tiene que $U_i(g_i^n) > U_i(f_i)$ para todo i tal que $\mu(A_i) > 0$. Por tanto, la coalición A bloquea f vía g^n, para todo $n \geq n_0$. En particular, se tiene la siguiente igualdad entre integrales de Lebesgue en dimensión finita $\int_A (g^n(t) - \omega^n(t))d\mu(t) = z^n$ donde $g^n(t) = g_i^n$ para todo $t \in A_i$.

Dado $\varepsilon > 0$, consideremos la asignación $g_\varepsilon : A \to \ell^\infty_+$ definida por

$$g_\varepsilon = \varepsilon g + (1-\varepsilon) f.$$

Por convexidad de las preferencias (hipótesis (A.3)), todos los miembros de la coalición A prefieren la asignación g_ε a la asignación f. Más aún, por continuidad de las preferencias, existe n_1 tal que todos los individuos en la coalición A prefieren g^n_ε a la asignación f cualquiera que sea $n \geq n_1$. Consideremos también la cesta de consumo definida por

$$h_i = f_i + \frac{\varepsilon \mu(A)}{\mu(I \setminus A)}\, z.$$

Por la monotonía de las preferencias (hipótesis (A.2)), se tiene que $U_i(h_i) > U_i(f_i)$. De nuevo por la continuidad de Mackey de las preferencias, existe n_2 tal que para todo $n \geq n_2$ se tiene que $U_i(h^n_i) > U_i(f_i)$ para todo $i = 1, \ldots, n$.

Consideremos ahora un índice $n > \max\{n_0, n_1, n_2\}$ y la medida vectorial ν restringida a $I \setminus A$ y definida por

$$\nu(C) = \left(\mu(C),\ \int_C \omega^n(t) d\mu(t),\ \int_C f^n(t) d\mu(t)\right) \in \mathbb{R}^{2n+1} \quad \text{para cada } C \subset I \setminus A$$

Aplicando el teorema de Lyapunov a la medida sin átomos ν, se obtiene que, dado $\varepsilon > 0$, existe $B \subset I \setminus A$ tal que

(i) $\mu(B) = (1-\varepsilon)\mu(I \setminus A)$ y además

(ii) $\int_B (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t) = (1-\varepsilon) \int_{I \setminus A} (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t)$

Consideremos la coalición $S = A \bigcup B$. Nótese que $\mu(S) = \mu(A) + (1-\varepsilon)\mu(I \setminus A)$. Veamos que la coalición S veta la asignación f. Para ello, sea la asignación $y : S \to \ell^\infty_+$ definida como sigue:

$$y(t) = \begin{cases} g^n_\varepsilon(t) = \varepsilon g^n_i + (1-\varepsilon) f_i & \text{si} \quad t \in A_i = A \bigcap I_i \\ \\ y_i = f^n_i + \dfrac{\varepsilon \mu(A)}{\mu(B)}\, z^n & \text{si} \quad t \in B_i = B \bigcap I_i \end{cases}$$

Obsérvese que $h^n_i = f^n_i + \dfrac{\varepsilon \mu(A)}{\mu(I \setminus A)}\, z^n \leq y_i = f^n_i + \dfrac{\varepsilon \mu(A)}{\mu(B)}\, z^n$ para todo i. En consecuencia, por construcción, se tiene que la coalición S prefiere la asignación y a la asignación f, es decir, $U_i(y(t)) > U_i(f_i)$ para todo $t \in S_i,\ i = 1, \ldots, n$.

Para concluir que S veta a f vía y basta ver que y es factible para la coalición S. En efecto:

$$\int_S (\omega(t) - y(t))\, d\mu(t) \geq \int_S (\omega^n(t) - y(t))\, d\mu(t) =$$

$$\int_A (\omega^n(t) - g_\varepsilon^n(t))\, d\mu(t) + \int_B (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t) - \varepsilon\mu(A)\; z^n =$$

$$(1-\varepsilon)\int_A (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t) + (1-\varepsilon)\int_{I\setminus A} (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t) =$$

$$(1-\varepsilon)\int_I (\omega^n(t) - f^n(t))\, d\mu(t) \geq 0$$

De este modo, hemos probado que la coalición S, con $\mu(S) = \mu(A) + (1-\varepsilon)\mu(I \setminus A)$, veta la asignación f vía la asignación y. Como $\varepsilon \in (0,1)$ es arbitrario, hemos construido una coalición arbitrariamente grande que veta f. Además, con el mismo argumento utilizado al principio de la demostración, podemos considerar que la coalición S veta f vía un reparto constante en tipos.

Q.E.D.

4 Asignaciones no Dominadas y Equilibrio

En esta sección, obtenemos una primera caracterización del equilibrio walrasiano en economías con un número finito de agentes e infinitas mercancías. Esta caracterización se establece explotando el poder de veto de una única coalición: la coalición formada por todos los agentes. Para potenciar el poder de veto de la "gran coalición" aumentaremos el conjunto de los repartos con los que puede vetar. Concretamente, el resultado fundamental de esta sección, afirma que una asignación factible es de equilibrio si y sólo si no está vetada por la "gran coalición" en cualquiera de las economías que resultan de alterar las dotaciones iniciales, tan poco como se quiera, en la dirección de esa asignación.

Consideremos la economía de intercambio puro $\mathcal{E} = \left(\ell_+^\infty, \omega_i, \succeq_i, i = 1, \ldots, n\right)$ descrita en la Sección 2, con n consumidores e infinitas mercancías.

Para establecer nuestro primer resultado de equivalencia, introducimos algunas notaciones previas. Dada una asignación $x = (x_1, \ldots, x_n)$ en la economía $\mathcal{E}$ y un vector $a = (a_1, \ldots, a_n)$, con $0 \leq a_i \leq 1$, denotemos por $\mathcal{E}(a, x)$ la economía de intercambio que coincide con $\mathcal{E}$ salvo en las dotaciones de cada agente i, que vienen dadas por la siguiente combinación convexa de ω_i y x_i :

$$\omega_i(a_i, x_i) = a_i\omega_i + (1 - a_i)x_i.$$

Esto es, $\mathcal{E}(a, x) \equiv \{\ell^\infty_+, \succeq_i, \omega_i(a_i, x_i) = a_i\omega_i + (1 - a_i)x_i, i = 1, \ldots, n\}$.

La siguiente definición se establece para precisar la terminología que usaremos a continuación.

Definición 4.1 *Una asignación z está dominada en la economía $\mathcal{E}(a, x)$ si existe una asignación y, factible en $\mathcal{E}(a, x)$, tal que $y_i \succ_i z_i$ para todo $i = 1, \ldots, n$.*

Obsérvese que estar dominada y ser factible son condiciones independientes para una determinada asignación z. Evidentemente, si z es factible en una economía y no está dominada es óptimo de Pareto. Por otra parte, si la asignación z está en el presupuesto de todos los agentes para un sistema de precios p en la economía $\mathcal{E}$, también lo está en cualquier economía $\mathcal{E}(a, z)$. Si z está dominada en una economía significa que existe un reparto factible en esa economía de forma que todos los agentes mejoran estrictamente respecto a z. Es decir, z está dominada si está vetada por la "gran coalición".

El Teorema siguiente establece que una asignación factible x es una asignación de equilibrio si y sólo si no está dominada en ninguna economía $\mathcal{E}(a, x)$.

Teorema 4.1 *Sea x una asignación factible en la economía $\mathcal{E}$ bajo los supuestos (A.1)-(A.4). Entonces, x es una asignación de equilibrio en $\mathcal{E}$ si y sólo si x es una asignación no dominada en cada economía $\mathcal{E}(a, x)$.*

Demostración. Sea (p, x) un equilibrio walrasiano para la economía $\mathcal{E}$. Supongamos que existe un vector $a = (a_1, \ldots, a_n)$, de manera que x está dominada en la economía $\mathcal{E}(a, x)$. Entonces, existe $y = (y_1, \ldots, y_n)$ tal que

(i) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} y_i \leq \sum_{i=1}^{n} \omega_i(a_i, x_i)$ y además

(ii) $U_i(y_i) > U_i(x_i)$ para todo agente $i \in \{1, \ldots, n\}$.

Ya que x es una asignación de equilibrio en la economía $\mathcal{E}$, se tiene que $p{\cdot}x_i \leq p{\cdot}\omega_i$ para cada agente i; y de *(ii)* se deduce que $p \cdot y_i > p \cdot \omega_i$ para cada $i = 1, \ldots, n$. Luego $p \cdot y_i > p \cdot x_i$ y $p \cdot y_i > p \cdot \omega_i$ para todo individuo $i = 1, \ldots, n$. Multiplicando las desigualdades anteriores por $(1 - a_i)$ y a_i, respectivamente, se obtiene que $p\cdot(1-a_i)y_i > p\cdot(1-a_i)\omega_i$ y $p\cdot a_i y_i > p\cdot a_i\omega_i$. Por tanto, $p\cdot y_i > p\cdot a_i\omega_i + p\cdot(1-a_i)x_i$ para todo individuo i. En consecuencia $\sum_{i=1}^{n} p\cdot y_i > \sum_{i=1}^{n} p\cdot\omega_i(a_i, x_i)$, lo que contradice *(i)*, es decir, contradice la factibilidad de y en la economía $\mathcal{E}(a, x)$.

Recíprocamente, supongamos que x no es una asignación de equilibrio en la economía $\mathcal{E}$. Entonces, por el Teorema 3.1, la asignación f definida por x no es una asignación de equilibrio para la economía continua asociada $\mathcal{E}_c$ con n tipos de consumidores. Aplicando la equivalencia entre el núcleo y las asignaciones de equilibrio (véase Bewley (1973)), se tiene que f no pertenece al núcleo de la economía continua asociada. Además, por el Teorema 3.2, existe una coalición $S \subset I = [0, 1]$, con $\mu(S) > 1 - \frac{1}{n}$, que bloquea la asignación f vía un reparto $g : S \to \ell_+^\infty$, que se puede suponer constante en tipos, esto es, $g(t) = g_i$ para todo $t \in S_i = S \bigcap I_i$. Es decir, $\int_S g(t)d\mu(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu(S_i)g_i \leq \int_S \omega(t)d\mu(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu(S_i)\omega_i$ y $U_i(g_i) > U_i(x_i))$ para todo $i = 1, \ldots, n$. Sea $a_i = n\mu(S_i)$. Nótese que, como $\mu(S) > 1 - \frac{1}{n}$, se tiene que $a_i > 0$ para todo i.

Consideremos la asignación $(g_1, \ldots, g_n)$ en la economía de partida $\mathcal{E}$. Sea $z_i = a_i g_i + (1 - a_i)x_i$. Por construcción, $\sum_{i=1}^{n} z_i \leq \sum_{i=1}^{n} a_i\omega_i + (1 - a_i)x_i$. Por convexidad de las preferencias, $U_i(z_i) > U_i(x_i)$, para todo agente $i \in \{1, \ldots, n\}$.

Por tanto, concluimos que la asignación x está dominada en la economía $\mathcal{E}(a, x)$, a través del reparto z.

Q.E.D.

Observación. El Teorema 4.1 caracteriza las asignaciones de equilibrio como aquellas asignaciones que no están dominadas en economías que vienen definidas por pequeñas perturbaciones de los recursos iniciales en una dirección precisa. Ciertamente, los parámetros a_i, que aparecen en el enunciado del teorema, pueden elegirse arbitrariamente cercanos a la unidad para todos y cada uno de los agentes; lo que evidentemente significa que los recursos $\omega_i(a_i, x_i)$ están tan arbitrariamente próximos a ω_i. De hecho, nótese que dado δ, con $0 < \delta < 1$, basta tomar la coalición S que veta de manera que $\mu(S) > 1 - \dfrac{\delta}{n}$, con el fin de garantizar que $a_i = n\mu(S_i) > 1 - \delta$ para todo i.

El Teorema 4.1 contiene como caso particular a los Teoremas del Bienestar. En efecto, si x es una asignación de equilibrio en $\mathcal{E}$, es factible en $\mathcal{E}$ y, en virtud del teorema, no está dominada en ninguna economía $\mathcal{E}(a, x)$. En particular, x no está dominada en $\mathcal{E}$, por lo que es óptimo de Pareto en la economía $\mathcal{E}$. Además, x es óptimo de Pareto en cualquier otra economía $\mathcal{E}(a, x)$ donde x sea factible, lo que ocurre, por ejemplo, cuando los coeficientes a_i son comunes para todos individuos. A continuación obtenemos, como corolario del Teorema 4.1, el Segundo Teorema del Bienestar.

Corolario 4.1 *Sea $x \gg 0$ una asignación eficiente en la economía $\mathcal{E}$, que verifica los supuestos (A.1)-(A-4). Entonces, x es una asignación de equilibrio walrasiano de la economía cuyos recursos iniciales vienen dados por x.*

Demostración. Si x es una asignación Pareto óptima en $\mathcal{E}$, entonces x también es una asignación Pareto óptima en la economía cuya distribución inicial de recursos sea x, es decir, en la economía $\mathcal{E}(0, x)$. Tomando $x_i = \omega_i$, para cada i, todas las economías $\mathcal{E}(a, x)$ son iguales a $\mathcal{E}(0, x)$ y, por hipótesis, x no está vetada por la "gran coalición". Como $x \gg 0$, la economía $\mathcal{E}(0, x)$ verifica las condiciones del Teorema 4.1 por lo que se concluye que x es una asignación de equilibrio en la economía $\mathcal{E}(0, x)$.

Q.E.D.

En consecuencia, el Teorema 4.1 no sólo proporciona una caracterización del equilibrio walrasiano mediante el poder de veto de la "gran coalición", sino que además permite obtener los dos Teoremas del Bienestar como casos particulares.

5 El Núcleo de Aubin y el Equilibrio

Aubin (1979) introdujo un concepto de veto en el que los agentes pueden participar en las coaliciones con una parte de sus recursos. La parte del total de los recursos con la que un agente participa en una determinada coalición se determina mediante un coeficiente o ponderación entre cero y uno, correspondiendo el coeficiente uno a la participación total y el coeficiente cero a la no participación en la coalición. Evidentemente, este mecanismo de veto extiende la noción de veto ordinario, que se corresponde con el veto de Aubin cuando el coeficiente de la ponderación es uno para todos los agentes que forman una determinada coalición. Al permitir la participación de cada agente con cualquier ponderación se multiplica infinitamente el número de coaliciones y por ello las posibilidades de veto. El núcleo que resulta de este mecanismo de veto fue denominado en el trabajo original "Noyau Flou" y pasó a conocerse en la literatura con el término equívoco y poco afortunado de Fuzzy Core o Núcleo Fuzzy. El término es desafortunado y equívoco pues fuzzy (difuso en castellano) hace referencia a que los elementos (en este caso, los agentes) están en un conjunto (una coalición) con determinada probabilidad. Pero en lo relativo al veto de Aubin los agentes participan en la coalición de hecho y no de forma difusa. Lo hacen en efecto, por ejemplo, con una fracción de sus recursos lo que se corresponde exactamente con una coalición clásica (caracterizada por esa fracción) en una determinada réplica, en el sentido de Debreu y Scarf, de la economía inicial (Véase Florenzano (1990)). Por todo ello nosotros preferimos referirnos a este mecanismo de veto con el término más adecuado y preciso de veto ponderado o veto de Aubin y al correspondiente concepto de núcleo como núcleo de Aubin.

Aubin (1979) demostró que en una economía de intercambio con un número finito de agentes y de mercancías las asignaciones de equilibrio walrasiano coinciden con las asignaciones del núcleo de Aubin. Este teorema de equivalencia fue extendido a situaciones más generales por diversos autores, pero sin duda la referencia más completa en la que se contemplan economías con producción, con infinitas mercancías e incluso con preferencias no representables por funciones de utilidad es Florenzano (1990).

En esta sección, nuestra contribución consiste en poner de manifiesto que en una economía de intercambio con un número finito de agentes como la del modelo, no es necesaria la participación de todas las coaliciones, ya que basta con una coalición, la "gran coalición", para bloquear, mediante el mecanismo de veto de Aubin, a cualquier asignación no walrasiana.

Siguiendo Aubin (1979), definimos el veto ponderado como sigue.

Definición 5.1 *Una asignación x está ponderadamente vetada o vetada en el sentido de Aubin por la coalición S vía la asignación y si existen ponderaciones $\alpha_s \in (0,1]$, para cada $s \in S$, de modo que $\sum_{s\in S}\alpha_s y_s = \sum_{s\in S}\alpha_s \omega_s$, y además $y_s \succ_s x_s$, para todo $s \in S$.*

El núcleo de Aubin de la economía $\mathcal{E}$ es el conjunto de asignaciones factibles que no están vetadas en el sentido Aubin por ninguna coalición S.

Esta definición de veto ponderado y la consiguiente definición de núcleo, que ya fue introducida en Hervés-Beloso y Moreno García (2001), es, evidentemente, equivalente a la propuesta por Aubin (1979). No obstante, como ya se apuntó en la introducción, es importante señalar que aquí se requiere que el coeficiente α_i sea estrictamente positivo para que el agente i forme parte de la coalición que corresponda. En otro caso, la "gran coalición" contendría implícitamente al conjunto de todas las coaliciones posibles, pues cualquier coalición S se identifica con la coalición de todos asignando el coeficiente α igual a cero a los agentes que no pertenecen a S.

Permitiendo ponderaciones nulas, como se hace en el trabajo original de Aubin, podría enunciarse su resultado diciendo que el veto de la "gran coalición" elimina las asignaciones que no son de equilibrio. Pero con ello no estaríamos añadiendo nada nuevo a lo ya conocido.

La intuición, basada en Aubin (1979), sugiere la posibilidad de obtener un resultado asintótico que estableciera que la "gran coalición" veta cualquier asignación no walrasiana con participaciones arbitrariamente pequeñas de algunos agentes. No tratamos aquí este tipo de resultado límite. Como veremos, el resultado obtenido (Teorema 5.1) trasciende la intuición directa del resultado de Aubin, pues pondremos de manifiesto (Corolario 5.1) que la ponderación de todos y cada uno de los agentes es tan próxima a la participación total como se quiera.

Nos referiremos a las asignaciones vetadas, con ponderaciones positivas, por la coalición de todos los agentes como asignaciones dominadas en el sentido de Aubin. Para ser precisos establecemos la siguiente definición.

Definición 5.2 *Decimos que una asignación x está dominada en el sentido de Aubin en la economía $\mathcal{E}$ si x está vetada en el sentido de Aubin por la "gran coalición".*

El resultado que establecemos aquí muestra que el conjunto de asignaciones de equilibrio walrasiano para la economía del modelo $\mathcal{E} = \left(\ell_+^\infty, \omega_i, \succeq_i, i = 1, \ldots, n\right)$ coincide con el conjunto de asignaciones que no están dominadas en el sentido de Aubin. Por tanto, para conseguir el equilibrio walrasiano basta considerar el poder de veto de Aubin de una única coalición que es, precisamente, la coalición formada por todos los agentes. Más aún, de la prueba se deduce que las participaciones de todos y cada uno de los agentes pueden tomarse tan próximas a la participación total como se quiera.

Teorema 5.1 *Sea $\mathcal{E}$ una economía bajo los hipótesis (A.1)-(A.4). Entonces,* *una asignación factible x es una asignación de equilibrio en $\mathcal{E}$ si y sólo si x no está dominada en el sentido de Aubin en la economía $\mathcal{E}$.*

Demostración. Es sabido que toda asignación de equilibrio está en el núcleo de Aubin, por lo que, en particular no está dominada. Basta entonces probar que toda asignación no dominada en el sentido de Aubin es de equilibrio. Para ello, sea x una asignación factible que no es de equilibrio en la economía $\mathcal{E}$. Por el Teorema 3.1, la asignación de igual tratamiento f definida por x no es una asignación walrasiana en la economía continua $\mathcal{E}_c$. Entonces f no pertenece al núcleo de $\mathcal{E}_c$, es decir, existe una coalición S, con $\mu(S) > 0$, que veta f. Por el Teorema 3.2, la coalición S puede elegirse tal que $\mu(S) > 1 - \frac{1}{n}$, por lo que $\mu(S_i) > 0$, para todo $i = 1, \ldots, n$. En consecuencia, existe una asignación $g : S \to \ell^\infty_+$ tal que

(i) $\displaystyle\int_S g(t)d\mu(t) \leq \int_S \omega(t)d\mu(t) = \sum_{i=1}^n \mu(S_i)\omega_i$ y además

(ii) $U_i(g(t)) > U_i(x_i)$ para todo $t \in S_i$ y para todo $i = 1, \ldots, n$.

Consideremos la asignación $y : S \to \ell^\infty_+$ definida por $y(t) = y_i = \dfrac{1}{\mu(S_i)} \displaystyle\int_S g(t)d\mu(t)$ para cada $t \in S_i$ y para cada $i = 1, \ldots, n$. Por tanto, para cada $i = 1, \ldots, n$ existen $\alpha_i = n\mu(S_i) \in (0, 1]$ e $y_i \in \ell^\infty_+$ tales que

(i) $\displaystyle\sum_{i=1}^n \alpha_i y_i \leq \sum_{i=1}^n \alpha_i \omega_i$ y además

(ii) $U_i(y_i) > U_i(x_i)$ para todo $i = 1, \ldots, n$.

La condición de admisibilidad *(i)* es debida a la propia construcción de la asignación y mientras que *(ii)* es consecuencia de la hipótesis (A.3) de convexidad de las preferencias. Hemos concluido que x está dominada en el sentido de Aubin.

Q.E.D.

Observación. Si entendemos que la participación de un agente i en la "gran coalición" está próxima a la participación total cuando su ponderación α_i es próxima a la unidad ($\alpha_i > 1 - \delta$ para cualquier δ pequeño), veremos que en el Teorema 5.1 la participación de cada agente puede exigirse, en efecto, próxima a la total:

Dado un número positivo $\delta < 1$, en virtud del Teorema 3.2, podemos elegir la coalición S que veta la asignación x de manera que $\mu(S) > 1 - \dfrac{\delta}{n}$ con lo cual la ponderación $\alpha_i = n\mu(S_i) = n\mu(S \bigcap I_i) > 1 - \delta$ para todo $i = 1, \ldots, n$.

Obsérvese que como una consecuencia inmediata de este resultado de equivalencia y de la caracterización obtenida en el Teorema 4.1, se obtiene el siguiente corolario.

Corolario 5.1 *Sea $\mathcal{E}$ una economía bajo las hipótesis (A.1)-(A.4) y sea x una asignación factible en $\mathcal{E}$. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

1. *La asignación x es de equilibrio walrasiano.*
2. *La asignación x (replicada) está en el núcleo de cualquier economía réplica de la economía inicial. Esto es, x es un equilibrio de Edgeworth.*
3. *La asignación x no está vetada en el sentido de Aubin.*
4. *La asignación x no está vetada por la "gran coalición" (no está "dominada") en el sentido de Aubin.*
5. *La asignación x no está vetada por la "gran coalición" (no está "dominada") en el sentido de Aubin, con participaciones de cada agente tan próximas a la total como se quiera.*
6. *La asignación x no está dominada en ninguna economía $\mathcal{E}(a, x)$.*
7. *La asignación x no está dominada en ninguna economía $\mathcal{E}(a, x)$, con los coeficientes a_i tan próximos a la unidad como se quiera.*

Demostración. La implicación $1 \Longrightarrow 2$ es elemental y no requiere ninguna hipótesis. Por otra parte $2 \Longrightarrow 3$ es parte del citado trabajo de Florenzano. Además 4 es un caso particular de 3 como 5 lo es de 4. El Teorema 5.1 y, más concretamente la Observación que sigue a su demostración garantizan que 5 implica 1 que a su vez implica 6 (necesidad del teorema 4.1) que tiene a 7 como caso particular. Por último $7 \Longrightarrow 1$ es consecuencia de la Observación que sigue a la prueba del Teorema 4.1.

Q.E.D.

Referencias

Anderson, R.M. and W.R. Zame (1997): Edgeworth's conjecture with infinitely many commodities: L^1. Econometrica, 65, 225-273

Anderson, R.M. and W.R. Zame (1998): Edgeworth's conjecture with infinitely many commodities: commodity differentiation. Economic Theory, 11, 331-377.

Araujo, A. (1985): Lack of Pareto Optimal Allocations in Economies with Infinitely Many Commodities: The Need for Impatience. Econometrica, 53(2), 455-461.

Aubin, J.P. (1979): *"Mathematical Methods of Game Economic Theory,"* North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford.

Aumann, R.J. (1964): Markets with a Continuum of Traders. Econometrica, 32, 39-50.

Aumann, R.J. (1966): Existence of Competitive Equilibria in Markets with a Continuum of Traders. Econometrica, 34, 1-17.

Bewley, T. (1972): Existence of Equilibria with Infinitely Many Commodities. Journal of Economic Theory, 4, 514-549.

Bewley, T. (1973): The Equality of the Core and the Set of Equilibria in Economies with Infinitely Many Commodities and a Continuum of Agents. International Economic Review, 14, 383-393.

Brown, D. and L. Lewis (1981): Myopic Economic Agents. Econometrica, 49, 359-368.

Debreu. G. and H. Scarf (1963): A Limit theorem on the Core of an Economy. International Economic Review, 4, 235-246.

Diestel, J. and J.J. Uhl "Vector Measures," American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1977.

Estévez-Toranzo, M. and Hervés-Beloso, C. (1995): On the Existence of Continuous Preference Orderings without Utility Representations. Journal of Mathematical Economics, 24, 305-309.

Florenzano, M. (1990): Edgeworth Equilibria, Fuzzy Core, and Equilibria of a Production Economy without ordered Preferences. Journal of Mathematical Analysis and Applications , 153, 18-36.

García-Cutrín, J., and C. Hervés-Beloso (1993): A Discrete Approach to Continuum Economies. Economic Theory , 3, 577-584.

Grodal, B. (1972): A second remark on the core of an atomless economy. Econometrica, 40, 581-583.

Hervés-Beloso, C., Moreno-García, E., Núñez-Sanz, C. and M. Páscoa (2000): Blocking Efficacy of Small Coalitions in Myopic Economies. Journal of Economic Theory, 93, 72-86.

Hervés-Beloso, C. and E. Moreno-García (2001): The Veto Mechanism Revisited; en *Approximation, Optimization and Mathematical Economics*; p. 147-159, 2001. Marc Lassonde (Ed.). Heidelberg, New York. Physica-Verlag.

Hervés-Beloso, C., Moreno-García, E. and N.C. Yannelis (2003): An Equivalence Theorem for a Differential Information Economy. Documento de Trabajo.

Mas-Colell, A. (1986): The Price Equilibrium Existence Problem in Topological Vector Lattices. Econometrica, 54(5), 1039-1053.

Schmeidler, D. (1972). A remark on the core of an atomless economy. Econometrica, 40, 579-580.

Vind, K. (1972): A Third Remark on the Core of an Atomless Economy. Econometrica, 40, 585-586.